

בעיות קיצון בפולינומים

דף עבודה - שאלון 571 לכיתה י'

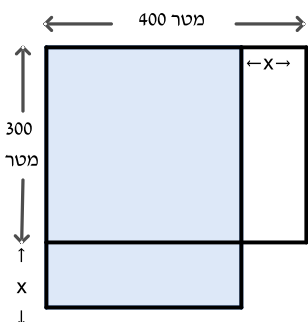
לאחר שתתחברו לחשבון GOOL בגרויט שלכם, צפו בסרטון וענו על השאלות הבאות:



תזכורת: שלבי עבודה בפתרון בעיות קיצון

לפני שמתחילים – עונים על השאלה: מה הגודל שצריך למצוא לו מינימום או מקסימום, פונקציית המטרה שניבנה צריכה לתאר את הגודל הזה.

- נגדיר את אחד הגדלים בשאלה כ- t .
- נבדוק מה תחום ההגדרה שמתאים לתנאי הבעיה.
- נבטא את שאר הגדלים בשאלה באמצעות t .
- נבנה פונקציית מטרה $f(t)$ - פונקציה שמבטאת את הגודל שרצינו למצוא לו ערך קיצון (מינימום או מקסימום).
- נמצא לפונקציה נקודת קיצון: נגזור את הפונקציה, נשווה לאפס ונחלץ את ערכי ה- t .
- נוודא שהערך של t שמצאנו בסעיף הקודם הוא אכן מינימום/מקסימום באמצעות נגזרת שנייה או טבלה.
- ננסח תשובה לשאלה המקורית.
- במקרה של תחום סגור – נבדוק נקודות קיצון בקצה תחום ההגדרה.



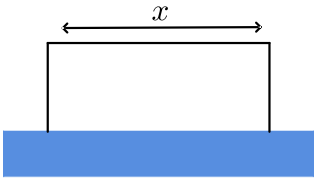
- (1) לדני יש חלקת אדמה מלבנית שאורכה 300 מטר ורוחבה 400 מטר. דני רצה להגדיל את אורך החלקה ולהקטין את רוחבה כך שהשטח שלה יהיה מקסימלי וההיקף שלה לא ישתנה. נסמן את מספר המטרים שדני מוסיף לאורך ומוריד מהרוחב ב- x מטר.
- א. היעזרו ביישומון ובדקו כיצד שינוי באורך של x , משפיע על שטח החלקה החדשה המתקבלת.

ב. בטאו באמצעות x את שטח החלקה החדשה – זו פונקציית המטרה.

ג. גזרו את הפונקציה ומצאו את הערך של x עבורו לפונקציית המטרה יש נקודות מקסימום.

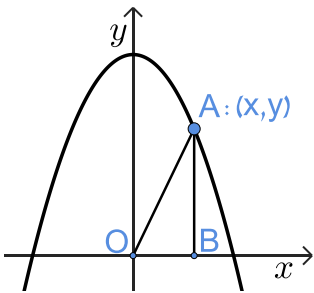
ד. מצאו את שטח החלקה המקסימלי והשוו לגדלים המתקבלים ביישומון.





- (2) לאורי גדר תיל באורך 200 מטר, אורי רוצה להשתמש בגדר כדי לגדר חלקת אדמה בצורת האות ח' בחזית ביתו וליצור בה גינת פרחים. מה צריך להיות אורך הגדר כך ששטח גינת הפרחים יהיה מקסימלי. נסמן ב- x את רוחב גינת הפרחים.

- א. היעזרו ביישומון  ותארו כיצד משפיע רוחב גינת הפרחים על שיטחה.
ב. בטאו באמצעות x את שטח גינת הפרחים.
ג. מצאו את הערך של x עבורו שטח הגינה יהיה מקסימלי.

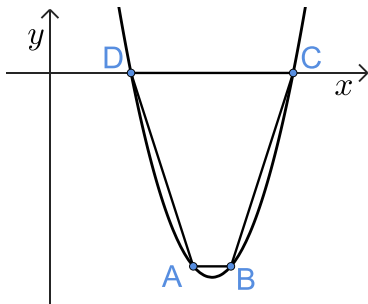


- (3) נקודה A הנמצאת ברביע הראשון על גרף על הפרבולה $y = -x^2 + 4$. מנקודה A הורידו אנך לציר ה- x שחותך אותו בנקודה B. הישר AO מחבר את הנקודה A עם ראשית הצירים (0). כך שנוצר משולש ישר זווית ABO. היעזרו ביישומון  וענו על הסעיפים הבאים:
א. טיילו עם הנקודה A לאורך הפרבולה (ברביע הראשון), מה קורה לשטח המשולש שנוצר?
ב. נסמן את שיעור ה- x של נקודה A באות t . הביעו באמצעות t את שטח המשולש ABO, מה תחום ההגדרה של t ?
ג. מבין כל המשולשים ישרי הזווית מצאו את t עבורו מתקבל המשולש בעל השטח המקסימלי.



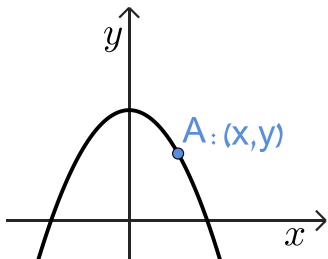
- (4) נקודה A נמצאת על גרף הפונקציה $f(x) = x^2 + 2$ מנקודה A הורידו אנך לציר ה- x החותך את גרף הפונקציה $g(x) = -x^2 + 2x - 4$ בנקודה B. היעזרו ביישומון  וענו על השאלות הבאות:
א. "טיילו" עם הנקודה A על גרף הפונקציה $f(x)$. כיצד משפיע מיקום הנקודה על אורך הקטע AB?
ב. נסמן את שיעור ה- x של נקודה A באות t . הביעו באמצעות t את שיעורי הנקודות A ו-B.
ג. הביעו באמצעות t את אורך הקטע AB (פונקציית מטרה).
ד. מצאו את הערך של t עבורו האורך של AB הוא מינימלי.

(5) נקודה A נמצאת על גרף הפונקציה $f(x) = x^2 - 16x + 48$ ברביע הרביעי. מנקודה A מעבירים ישר מקביל לציר ה-x ושחותך את גרף הפונקציה בנקודה B. מחברים את הנקודות A ו-B עם הנקודות D ו-C שהן נקודות החיתוך של הפונקציה עם ציר ה-x (ראו סרטוט).



- נסמן את שיעור ה-x של נקודה A באות t . הביעו באמצעות t (במידת הצורך) את שיעורי הנקודות A, B, C ו-D.
- מצאו את משוואת ציר הסימטריה של הפונקציה.
- הביעו באמצעות t (במידת הצורך) את אורך הקטעים AB ו-DC.
- מה תחום הערכים ש- t יכול לקבל?
- הביעו באמצעות t את גובה הטרפז.
- האם אורך גובה הטרפז שווה לשיעור ה-y של הנקודה A?
- הביעו את שטח הטרפז שנוצר באמצעות t .
- מצאו את שטח הטרפז המקסימלי (עד שתי ספרות אחרי הנקודה).

(6) על גרף הפרבולה $y = -x^2 + 2$ ברביע הראשון (כולל הצירים) בוחרים נקודה A.



- מה תחום הערכים של x שמתאים לתנאי הבעיה?
- מצאו את שיעורי הנקודה A עבורה סכום ריבועי שיעורי הנקודה הוא מקסימלי.
- מצאו את שיעורי הנקודה A עבורה סכום ריבועי שיעורי הנקודה הוא מינימלי.

תשובות סופיות

$$\text{ג. } f(x) = (400 - x) \cdot (300 + x) \quad \text{ד. } 122,500 \text{ מ"ר} \quad \text{ה. } x = 50 \quad (1)$$

$$\text{ג. } f(x) = \left(\frac{200 - x}{2} \right) \cdot x \quad \text{ד. } x = 100 \quad (2)$$

$$\text{ג. } \frac{2\sqrt{3}}{3} \quad \text{ד. } 0 < t < 2, \frac{1}{2} \cdot (-t^3 + 4t) \quad (3)$$

$$\text{ג. } f(t) = 2t^2 - 2t + 6 \quad \text{ד. } B(t, -t^2 + 2t - 4), A(t, t^2 + 2) \quad \text{ה. } t = \frac{1}{2} \quad (4)$$

$$A(t, t^2 - 16t + 48), A(16 - t, t^2 - 16t + 48), D(4, 0), C(12, 0) \quad \text{ה. } (5)$$

$$\text{ג. } x = 8 \quad \text{ד. } DC = 8, AB = 16 - 2t \quad \text{ה. } -t^2 + 16t - 48$$

$$\text{ג. } 4 < t < 8 \quad \text{ד. } 78.85 \quad \text{ה. } \frac{(24 - 2t) \cdot (-t^2 + 16t - 48)}{2}$$

$$\text{ג. } A\left(\sqrt{\frac{3}{2}}, \frac{1}{2}\right) \quad \text{ד. } A(0, 2) \quad \text{ה. } 0 \leq x \leq \sqrt{2} \quad (6)$$